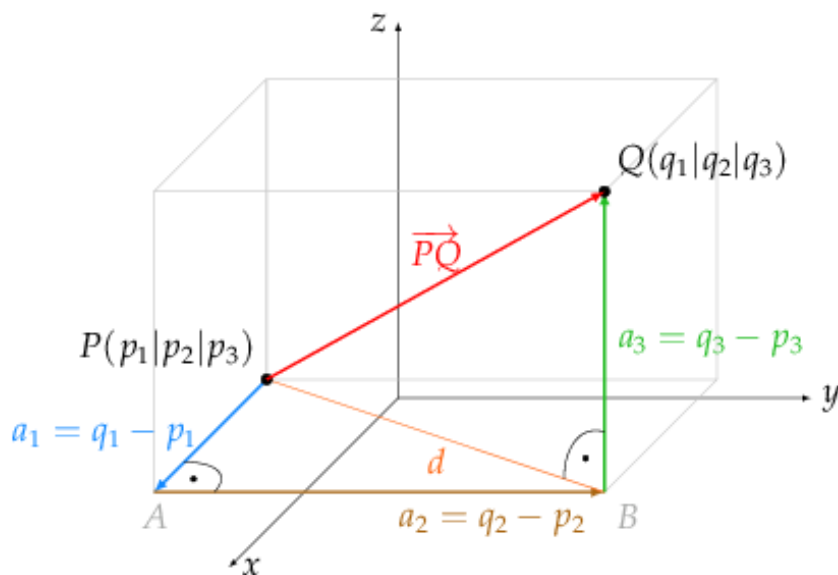


Abstand zweier Punkte im dreidimensionalen Raum – Herleitung der Formel und Aufgaben

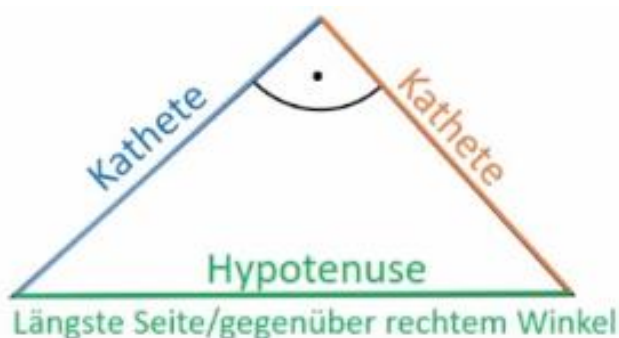


An der obigen Graphik erkennt man die Punkte Q und P mit ihren drei Koordinaten (x,y,z beziehungsweise p_1, p_2, p_3 usw.). Durch das dreidimensionale gibt es nicht nur die Richtung oben und seitlich wie bei einem Koordinatensystem, sondern eine dritte Komponente nach hinten (das ist die jetzige x-Koordinate, die nach vorne schräg angedeutet ist).

Wenn man nun die Distanz zwischen P und Q berechnen möchte, muss man zweimal den Satz des Pythagoras verwenden:

Die Katheten stellen a und b dar. Die Hypotenuse ist c.

Die Formel lautet: $a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2}$



Zuallererst betrachten wir die Distanz der Punkte bei einer zweidimensionalen Ebene, die durch die x- und y-Ebene führt. Zur besseren Vorstellung kannst du hierfür einen Würfel auf einen Tisch legen. Wenn du die gleichen zwei Punkte wie im Beispiel verwendest, kannst du auch von oben auf den Tisch (x-y-Ebene) schauen und siehst eigentlich nur ein Quadrat, dessen Ecken die Punkte darstellen. Dann kannst du die Differenz des x-Wertes des Punktes B

und des x-Wertes des Punktes A nehmen. Genauso verfährt du mit dem y-Wert. Damit berechnest du die Werte von a_1 und a_2 .

Mithilfe dieser zwei Werte kannst du wiederum d berechnen, also die Verbindung des Punktes A mit dem Punkt B, welcher in diesem Fall auf die gleiche Höhe projiziert wird.

Nun musst du nur noch die Differenz der Höhe berechnen (also die z-Werte), um mit d die Distanz des Punktes A zum Punkt B berechnen zu können.

Aufgabe 1:

Versuche anhand der Erklärung die Formel niederzuschreiben.

Zur Korrektur ist hier die Richtige:

$$c = \sqrt{(q_1 - p_1)^2 + (q_2 - p_2)^2 + (q_3 - p_3)^2}$$

Aufgabe 2:

Berechne die Distanz folgender Beispiele (gerne auch Zwischenergebnisse):

a) P(5,7,9); Q(65,7,22)

b) P(5,20,49); Q(41,-8,66)

c) P(-3, 1,0); Q(5,-9,-13)

d) P(-2,2,1); Q(4,?,3); $c = 7$

Ergebnisse Aufgabe 2:
a) $\approx 61,39$
b) $\approx 48,67$
c) $\approx 18,25$
d) 5 und -1